

8 клас (2 тур)

*«Два найважливіші дні у твоєму житті:
день, коли ти з'явився на світ, і день, коли ти зрозумів навіщо».*

Марк Твен

8.1. Жадібний Петрик отримав від батьків на день народження 2026 цукерок і покликав у гості 8 своїх друзів. Він придумав таку гру з цукерками: на початку гри Петрик ділить усі цукерки поміж усіма друзями так, щоб кожний отримав не менше 1 цукерки, при цьому собі він не лишив жодної. Далі усі друзі, за виключенням Петрика, мають право робити такі ходи. Якщо у деяких двох з них є принаймні по одній цукерці, то той, в кого їх менше передає усі свої цукерки іншому. Якщо в певний момент у двох друзів стане однакова кількість цукерок, що відмінна від 0, то друзі залишають собі всі 2026 цукерок. Якщо після 7 ходів усі 2026 цукерок опиняться в одного з друзів, то він має усі цукерки повернути Петрику. Чи може Петрик поділити цукерки з самого початку таким чином, щоб наприкінці гри отримати назад усі цукерки?

8.2. Натуральні числа від 1 до 20 розбили на 10 пар і в кожній парі порахували найбільший спільний дільник елементів пари. Чи може сума 10 отриманих чисел перевищувати 70?

8.3. Факторіалом натурального числа k назвемо добуток усіх натуральних чисел від 1 до k , тобто $k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k$. Задане натуральне число $n > 1$. На дошці виписали декілька, не обов'язково різних, натуральних чисел, сума факторіалів яких дорівнює $n! - 1$. Яка найменша кількість виписаних чисел?

8.4. Дано гострокутний трикутник ABC з кутом $\angle A = 45^\circ$. Всередині трикутника вибрано точку X так, що $\angle ACX = 2\angle XCB$ та $\angle ABX = 2\angle XBC$. На сторонах AC і AB позначено такі точки Y та Z відповідно, що $CY = CX$ і $BZ = BX$. Доведіть, що пряма YZ проходить через центр описаного кола трикутника ABC .

8 клас (2 тур)

*«Два найважливіші дні у твоєму житті:
день, коли ти з'явився на світ, і день, коли ти зрозумів навіщо».*

Марк Твен

8.1. Жадібний Петрик отримав від батьків на день народження 2026 цукерок і покликав у гості 8 своїх друзів. Він придумав таку гру з цукерками: на початку гри Петрик ділить усі цукерки поміж усіма друзями так, щоб кожний отримав не менше 1 цукерки, при цьому собі він не лишив жодної. Далі усі друзі, за виключенням Петрика, мають право робити такі ходи. Якщо у деяких двох з них є принаймні по одній цукерці, то той, в кого їх менше передає усі свої цукерки іншому. Якщо в певний момент у двох друзів стане однакова кількість цукерок, що відмінна від 0, то друзі залишають собі всі 2026 цукерок. Якщо після 7 ходів усі 2026 цукерок опиняться в одного з друзів, то він має усі цукерки повернути Петрику. Чи може Петрик поділити цукерки з самого початку таким чином, щоб наприкінці гри отримати назад усі цукерки?

8.2. Натуральні числа від 1 до 20 розбили на 10 пар і в кожній парі порахували найбільший спільний дільник елементів пари. Чи може сума 10 отриманих чисел перевищувати 70?

8.3. Факторіалом натурального числа k назвемо добуток усіх натуральних чисел від 1 до k , тобто $k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k$. Задане натуральне число $n > 1$. На дошці виписали декілька, не обов'язково різних, натуральних чисел, сума факторіалів яких дорівнює $n! - 1$. Яка найменша кількість виписаних чисел?

8.4. Дано гострокутний трикутник ABC з кутом $\angle A = 45^\circ$. Всередині трикутника вибрано точку X так, що $\angle ACX = 2\angle XCB$ та $\angle ABX = 2\angle XBC$. На сторонах AC і AB позначено такі точки Y та Z відповідно, що $CY = CX$ і $BZ = BX$. Доведіть, що пряма YZ проходить через центр описаного кола трикутника ABC .